

Applicazioni lineari 1

Definiamo lineare ogni applicazione l fra spazi vettoriali V, W , sullo stesso campo K , tale che:

(1) per ogni $x, y \in V$ $l(x+y) = l(x) + l(y)$

(2) per ogni $h \in K$ e per ogni $x \in V$ $l(hx) = hl(x)$

Le applicazioni lineari dello spazio vettoriale Π_0 in se stesso si dicono endomorfismi di Π_0

o anche trasformazioni lineari di Π_0 ; il loro insieme si indica con $L(\Pi_0)$.

Introdotta un sistema di riferimento nel piano, si consideri una forma poligonale.

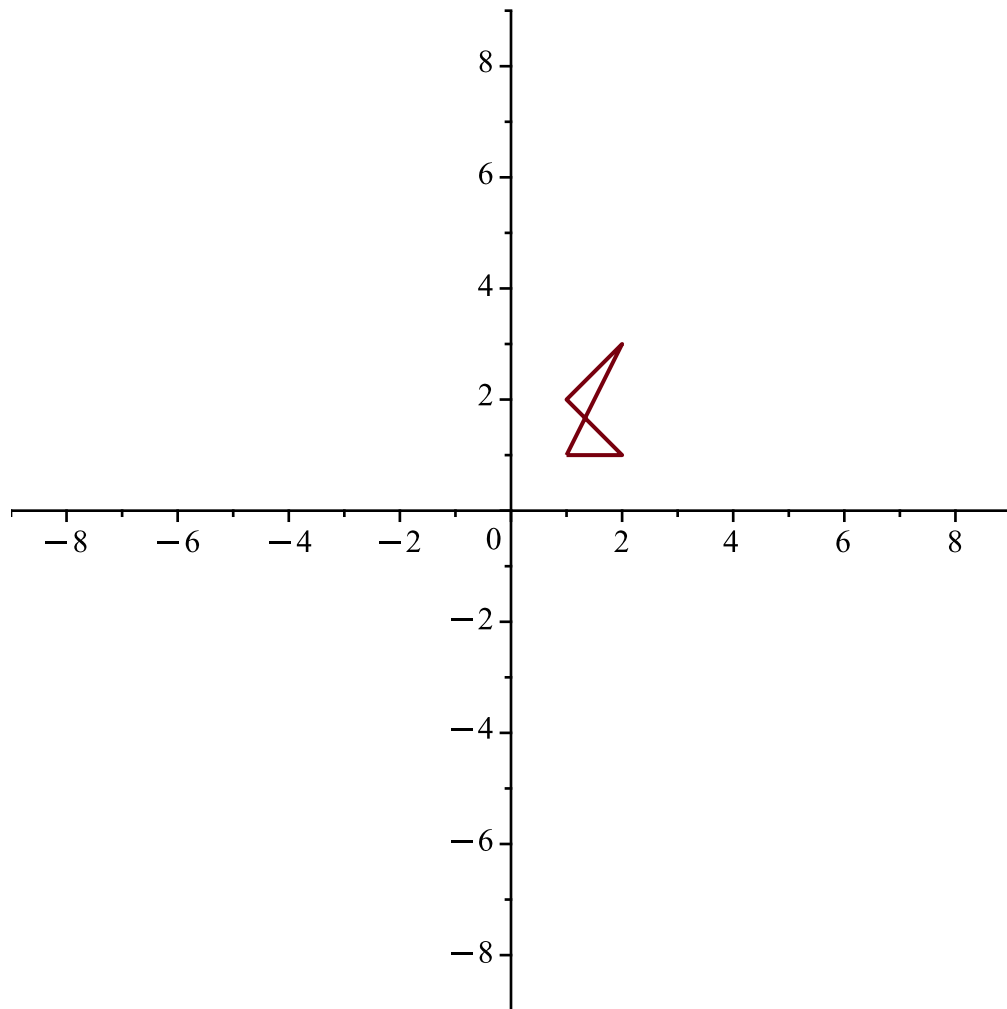
Ad esempio, siano $[1,1], [2,1], [1,2], [2,3], [1,1]$, le coordinate dei vertici della figura. E' possibile visualizzare questo poligono tramite i comandi sottostanti;

with(LinearAlgebra) : # carica il pacchetto di algebra lineare

matricefigura := matrix([[1, 1], [2, 1], [1, 2], [2, 3], [1, 1]]) :

immagine := matricefigura → plot(convert(matricefigura, listlist), view = [-9..9, -9..9], scaling = constrained, style = Line) :

immagine(matricefigura);



(* "il comando *matrix* determina la matrice che ha per elementi le coordinate dei vertici della figura" *)

Le equazioni di una trasformazione lineare T rispetto ad una base $(\{i, j\})$ sono:

$$\begin{cases} T(i) = \alpha \cdot i + \beta \cdot j \\ T(j) = \gamma \cdot i + \delta \cdot j \end{cases}$$

Come si sa, alla T viene associata una matrice 2×2 che resta determinata in MAPLE dal seguente comando:

$T := (\alpha, \beta, \gamma, \delta) \rightarrow \text{matrix}(2, 2, [[\alpha, \gamma], [\beta, \delta]]);$

$$T := (\alpha, \beta, \gamma, \delta) \mapsto \begin{bmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

(* "questa è la matrice dell'applicazione lineare T" *)

$trasforma := (matricefigura, matrice) \rightarrow evalm(matricefigura \& * matrice) :$

(* "la funzione evalm serve a Maple per valutare il prodotto matriciale, denotato con &" *)

Se come $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$ prendiamo $(2, 1, 1, 2)$, è possibile valutare l'azione della T sul poligono di vertici $[1, 1], [2, 1], [1, 2], [2, 3], [1, 1]$, tramite il seguente prodotto di matrici:

$prodottomatrici := trasforma(matricefigura, T(2, 1, 1, 2));$

$$prodottomatrici := \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 5 & 4 \\ 4 & 5 \\ 7 & 8 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$grafico := prodottomatrici \rightarrow plots[display](map(immagine, prodottomatrici)) :$

(* "display è la funzione per visualizzare contemporaneamente più grafici" *)

$grafico(\{matricefigura, prodottomatrici\})$

