Applicazioni lineari 2

Proiezioni oblique

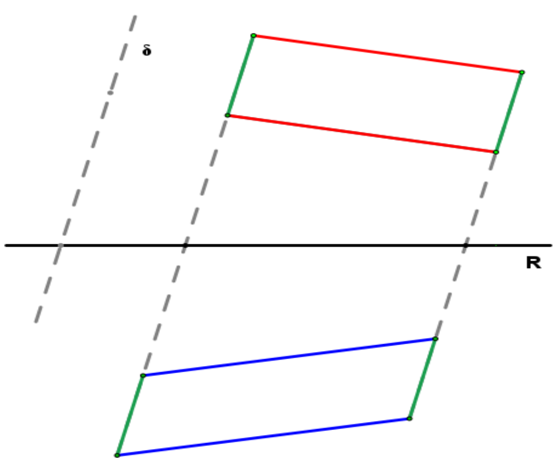
Sia **R** una retta e **δ** una direzione distinta da quella di **R**. Allora per ogni punto **x** del piano Π, la retta di direzione **δ** passante per x interseca **R** in un punto **y**. Si genera un'applicazione tra i punti del piano **Π** e quelli della retta **R** che viene denotata con π e denominata *proiezione obliqua* parallelamente a **δ**.

Le *proiezioni oblique* sono applicazioni lineari ("**Fare Matematica 1**").

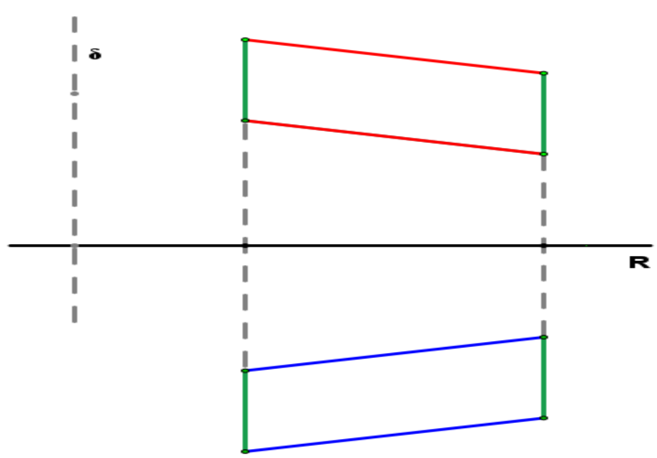
Simmetrie assiali e isometrie

Le *simmetrie assiali* rispetto a una retta, dette anche *simmetrie assiali*, sono applicazioni lineari del piano in sè molto interessanti perché non appiattiscono tutto come nel caso delle *proiezioni oblique*.

Queste simmetrie restano definite da una retta **R**, detta asse di simmetria, e da una direzione **δ** distinta da quella di R. Si tratta di applicazioni del piano in se stesso tale che un punto e la sua immagine appartengono a una medesima retta di direzione **δ** e hanno il centro sulla retta **R**. Se **δ** è ortogonale a **R**, allora la simmetria è detta *ortogonale e* ogni composizione di simmetrie ortogonali si chiama *isometria.*



simmetria assiale obliqua

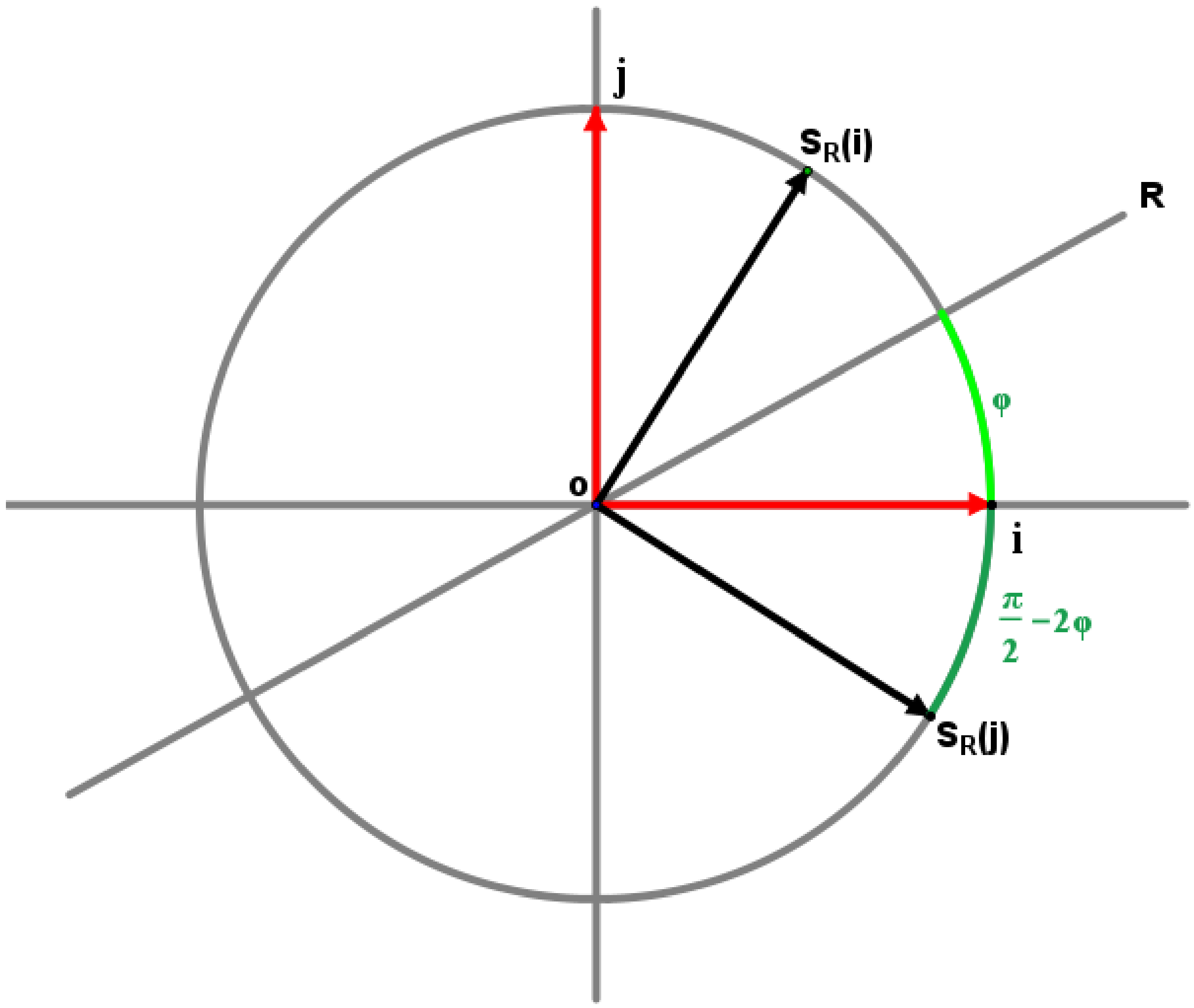


simmetria assiale ortogonale

Le *simmetrie assiali* sono applicazioni lineari ("**Fare Matematica 1**").

Matrice di una simmetria ortogonale

Si introduca nel piano un sistema di riferimento ortonormale $(o,\{\mathbf{i},\mathbf{j}\})$. Detta **R** una retta per l'origine, sia $\boldsymbol{\varphi} \in \left[-\frac{\pi}{2} ;+ \frac{\pi}{2} \right]$ l'angolo che essa forma con il vettore unitario **i.**



La simmetria ortogonale di asse **R**, che si indica con S_R, è tale che:

$S_R(\mathbf{i}) = \cos(2\varphi)\,\mathbf{i} + \sin(2\varphi)\,\mathbf{j}$

$S_R(\mathbf{j}) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right)\mathbf{i} - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\varphi\right)\mathbf{j} = \sin(2\varphi)\,\mathbf{i} - \cos(2\varphi)\,\mathbf{j}$

donde la matrice di questa trsformazione è:

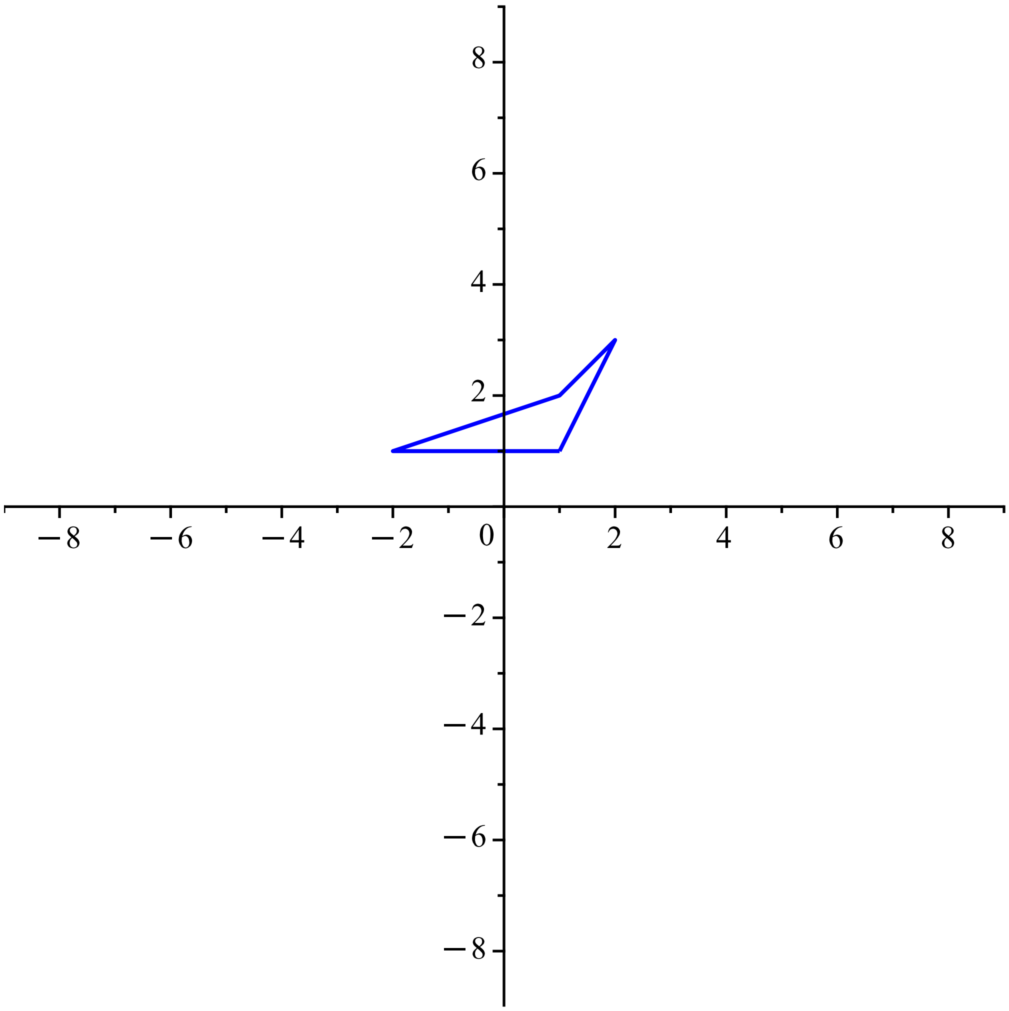
$$\begin{bmatrix} \cos(2\varphi) & \sin(2\varphi) \\ \sin(2\varphi) & -\cos(2\varphi) \end{bmatrix}:$$

$$with(LinearAlgebra)\ :\ \#\ carica\ il\ pacchetto\ di\ algebra\ lineare$$

$$matricefigura := matrix([[1, 1], [-2, 1], [1, 2], [2, 3], [1, 1]])\ :$$

$$immagine := matricefigura \rightarrow plot(convert(matricefigura, listlist), view = [-9..9, -9..9], scaling = constrained, style = Line, color = blue)\ :$$

$$immagine(matricefigura);$$



Si assegni un valore al parametro φ:

$$\varphi := \frac{\pi}{6}\ :$$

$$R := plot([t \cdot \cos(\varphi), t \cdot \sin(\varphi), t = -9..9], color = red)\ :$$

$$a := \cos(2 \cdot \varphi)\ :\ b := \sin(2 \cdot \varphi)\ :\ c := \sin(2 \cdot \varphi)\ :\ d := -\cos(2 \cdot \varphi)\ :$$

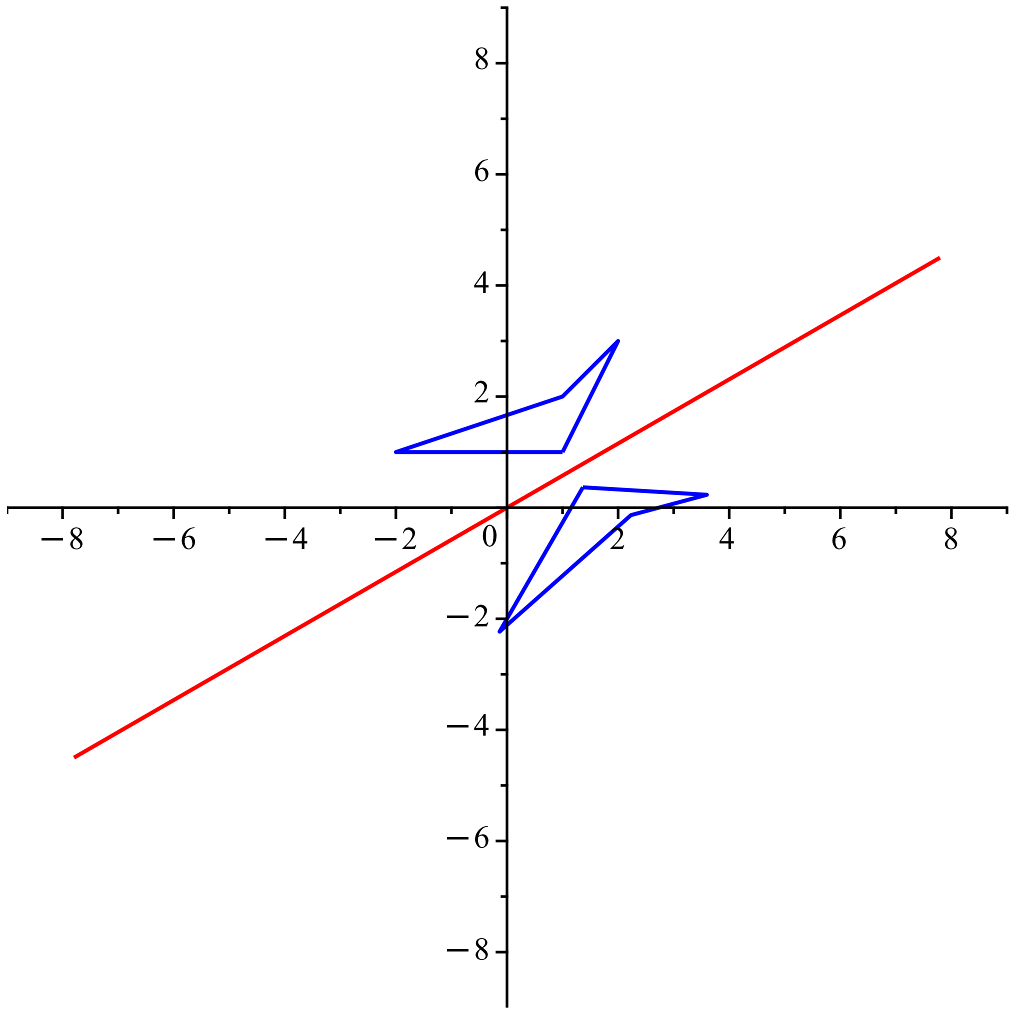
$$matricesimmetria := (\mathrm{a, b, c, d}) \rightarrow matrix(2, 2, [[\mathrm{a, c}], [\mathrm{b, d}]])\ :$$

$$trasforma := (matricefigura, matricesimmetria) \rightarrow evalm(matricefigura \&* matricesimmetria)\ :$$

$$figuratrasformata := trasforma(matricefigura, matrice(\cos(2 \cdot \varphi), \sin(2 \cdot \varphi), \sin(2 \cdot \varphi), -\cos(2 \cdot \varphi)))\ :$$

$$grafico := figuratrasformata \rightarrow plots[display](R, map(immagine, figuratrasformata))\ :$$

$$grafico(\{F, figuratrasformata\})$$



8
6
4
2
−2
−4
−6
−8
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8